superficie. Ma se, col sig. ABEL TRANSON *), si considerano le *x, y,* £ come le coordinate di un punto *qualunque* dello spazio, e la funzione F come indeterminata, essendo infiniti i valori di questa funzione che possono soddisfare all'equazione (io), è chiaro che esistono sempre, ed in numero infinito, superficie dotate della proprietà di contenere i punti di partenza di un sistema di rette normali ad una stessa superficie. Ritorneremo in seguito su questa quistione.

Se, attenendoci alla prima ipotesi, supponiamo già eliminata la ^ dalle funzioni X_y F, *Z* per mezzo dell'equazione *F* — ^ — ^(#, *y}* = o, la (io) diventa

dX *dZ* _ *dY* *dZ* *i* *d?*
~^ + *p* ~~*dY*~~*d*^ + *q* ~*dlT*

od anche

£(x + P*)=:A

A questa forinola, dalla quale reciprocamente potrebbe ricavarsi la (io), pervenne il sig. DIEU **). Essa trovasi anche nell'eccellente *Traili de calcili différentiel* del sig. BER-TRAND, § 648.

L'equazione (8) esprime, come è notissimo, che l'espressione *Udu-{- Vdv è* il differenziale esatto di una funzione delle due variabili *u* e *v.* Dalle (7) si ha poi

Udu -f- *Vdv = Xdx* -f *Ydy + Zd*^$_9$

cosicché l'esistenza di una superficie ortogonale richiede che quest'ultimo trinomio possa divenire, mercé l'equazione in *x, y,* ^ della superficie iniziale, il differenziale esatto di una funzione di due variabili indipendenti. Questa proprietà si può interpretare geometricamente, come può vedersi nel citato libro del sig. BERTRAND.

III.

Supponiamo che la condizione (8) sia identicamente soddisfatta e che esista quindi una funzione <p(w, i/) tale che si abbia

Udu-}- Vdv = *d(f* cioè

(ii) **17=|£, F = |i.**

*) Journal de l'École Polytechnique, tome XXII, cahier 38 (1861), pag. 195; Nouvelles Annales de Mathématiques (2me série)> t. II (1863), pag. 138.

**) Nouvelles Annales de Mathématiques, tomo XI (1852), pag. 68.